Úprava mnohočlenů na součin - vytýkáním závorek

První člen mnohočlenu

Druhý člen mnohočlenu

1. příklad: $6\cdot(4a - 5) + 5g\cdot(4a - 5)$

Vidím nějaké závorky se stejným obsahem?

Vytkneme závorku (ze dvou závorek se stane jedna – známe z roznásobování).

$$6\cdot(4a-5) + 5g\cdot(4a-5) =$$

$$= (4a-5)\cdot(6 + 5g)$$

Co zbyde z prvního členu v prvním řádku.

Nezapomenout na správné znaménko. V tomto příkladu jsme mnohočleny sčítali.

Co zbyde z druhého členu v prvním řádku.

= Jinými slovy, vše, co není v závorkách, naskládejte do druhé závorky.

2. příklad: $2a\cdot(3d+7)+3d+7$

Vidím nějaké závorky se stejným obsahem? Závorky ne, ale je tam podobná část, kterou si můžeme dát do závorky: $2a\cdot(3d+7)+(3d+7)$

Když závorky vytkneme, zdá se, že tam nic nezbyde. Nelze napsat nulu, protože při zpětném roznásobení bychom na tomto místě dostali nulu. Neutrální číslo je 1 (pokud závorku vynásobím jedničkou, její hodnota zůstane stejná). Před závorku si tedy doplníme jedničku.

$$2a\cdot(3d+7)+\boxed{}\cdot(3d+7)=$$

Vytkneme závorky a dále postupujeme stejně jako v prvním příkladu.

$$=2a\cdot(3d+7)+1\cdot(3d+7)=$$

$$=\underline{\underline{(3d+7)\cdot(2a+1)}}$$

3. příklad, 1. řešení: $8\cdot(6a-5)+7s\cdot(5-6a)$

Vidím nějaké závorky se stejným obsahem? Ne.

Vidím nějaké závorky s podobným obsahem? Ano, vidím závorky s celými čísly s opačnými znaménky.

Abychom dostali závorky se stejným obsahem, tedy zaměnit znaménka v opačná, je potřeba z druhé závorky vytknout -1.

$$8\cdot(6a-5)+7s\cdot\boxed{(5-6a)}=$$

$$=8\cdot(6a-5)+7s\cdot\boxed{(-1)\cdot(5-6a)}=$$

$$=8\cdot(6a-5)+7s\cdot(-1)\cdot(-5+6a)=$$

$$=8\cdot(6a-5)+7s\cdot(-1)\cdot(6a-5)=$$

Sčítání a odčítání celých čísel je komutativní (a - b = - b + a), proto můžeme pro lepší představivost celá čísla v závorce zaměnit.

Vynásobíme 7s · (-1) a dostaneme - 7s.

$$= 8\cdot(6a-5)+7s\cdot(-1)\cdot(6a-5) =$$

Dále upravíme podle znaménkového pravidla.

$$= 8\cdot(6a-5)\boxed{+(-7s)}\cdot(6a-5) =$$

Vytkneme závorky a dále postupujeme stejně jako v předchozích příkladech.

$$= 8\cdot(6a-5)\boxed{-7s}\cdot(6a-5) =$$

$$= \underline{\underline{(6a-5)\cdot(8-7s)}}$$

Stejný příklad můžeme řešit tak, že upravíme závorku v prvním členu mnohočlenu:

3. příklad, 2. řešení: $8 \cdot (6a-5) + 7s \cdot (5-6a)$

$8 \cdot \boxed{(6a-5)} + 7s \cdot (5-6a) =$

$8 \cdot \boxed{(-1) \cdot (-6a + 5)} + 7s \cdot (5 - 6a) =$

$= \boxed{8 \cdot (-1)} \cdot (5 + 6a) + 7s \cdot (5 - 6a) =$

$= \boxed{-8} \cdot (5 + 6a) + 7s \cdot (5 - 6a) =$

$= \underline{\underline{(5 - 6a) \cdot (-8 + 7s)}}$

Zkouška:

1. řešení: $(6a-5) \cdot (8-7s)$ 2. Řešení: $(5 - 6a) \cdot (-8 + 7s)$

Když výsledky porovnáme, na první pohled jsou výsledky rozdílné. Když provedeme zkoušku roznásobením, dostaneme výsledek stejný.

1. řešení: $(6a-5)\cdot(8-7s) =$ 2. řešení: $(5 - 6a)\cdot(-8 + 7s) =$

$= 48a - 42as - 40 + 35s =$ $= - 40 + 35s + 48a - 42as =$

$= \underline{\underline{48a - 42as + 35s - 40}}$ $= \underline{\underline{48a - 42as + 35s - 40}}$

První příklad má stejný výsledek jako ten druhý. Z různých řešení vybíráme vždy to nejjednodušší.

4. příklad, 1. řešení: $(4 - c)\cdot(2 - d) - (1 + 2d) \cdot (- 4 + c)$

$(4 - c)\cdot (2 - d) - (1 + 2d) \cdot (- 4 + c) =$

$= (-1) \cdot (- 4 + c)\cdot(2 - d) - (1 + 2d) \cdot (- 4 + c) =$

$= (- 4 + c) \cdot [(-1) \cdot (2 - d) - (1 + 2d)] =$

$= (- 4 + c) \cdot [-2 + d - 1 - 2d] = \underline{\underline{(-4 + c) \cdot (- 3 - d)}}$

4. příklad, 2. řešení: $\mathbf{(4 - c) \cdot (2 - d) - (1 + 2d) \cdot (-4 + c)}$

$(4 - c) \cdot (2 - d) - (1 + 2d) \cdot (-4 + c) =$

$= (4 - c) \cdot (2 - d) - (1 + 2d) \cdot (-1) \cdot (4 - c) =$

$= (4 - c) \cdot [(2 - d) - \boxed{(1 + 2d) \cdot (-1)}] =$

$= (4 - c) \cdot [(2 - d) - \boxed{(-1 - 2d)}] =$

$= (4 - c) \cdot [2 - d + 1 + 2d] = \underline{\underline{(4 - c) \cdot (3 + d)}}$

Zkouška:

1. řešení: $(-4 + c) \cdot (-3 - d) =$

$= 12 + 4d - 3c - cd =$

$= -cd - 3c + 4d + 12$

2. řešení: $(4 - c) \cdot (3 + d) =$

$= 12 + 4d - 3c - cd =$

$= -cd - 3c + 4d + 12$

První příklad má stejný výsledek jako ten druhý. Z různých řešení vybíráme vždy to nejjednodušší.

Další příklady k řešení:

5. příklad: $7a \cdot (2x - 3) + 3 - 2x$

$7a \cdot (2x - 3) + 3 - 2x =$

$= 7a \cdot (2x - 3) + (3 - 2x) =$

$= 7a \cdot (2x - 3) + (-1) \cdot (-3 + 2x) =$

$= 7a \cdot (2x - 3) - 1 \cdot (-3 + 2x) =$

$= \underline{\underline{(2x - 3) \cdot (7a - 1)}}$

6. příklad: $-8b\cdot(-p+10f)-j\cdot(-p+10f) = \underline{\underline{(-p+10f)\cdot(-8b-j)}}$

7. příklad: $-9j\cdot(4-5f) - 2r\cdot(-4+5f) = -9j\cdot(4-5f) - 2r\cdot(-1)\cdot(4-5f) = \underline{\underline{(4-5f)\cdot(-9j+2r)}}$

8. příklad: $-6g - 4m + 4f\cdot(-6g - 4m) = (-6g - 4m)\cdot(1+4f) = \underline{\underline{2\cdot(-3g-2m)\cdot(1+4f)}}$

9. příklad: $-q\cdot(2c+2g) - 2c -2g = -q\cdot(2c+2g)+(-1)\cdot(2c+2g) = (2c+2g)\cdot(-q-1)= \underline{\underline{2\cdot(c+g)\cdot(-q-1)}}$

10. příklad: $a\cdot(x + 2) - 3\cdot(2 + x) = a\cdot(x + 2) - 3\cdot(x + 2) = \underline{\underline{(x + 2)\cdot(a - 3)}}$

Další příklady k procvičení:

a) $5\cdot(x+y) + z\cdot(x+y) =$

b) $x-2 + x\cdot(x-2) =$!!!!!

c) $5u\cdot(u - v) + 3v\cdot(v - u) =$!!!!! Závorky jsou opačné – liší se znaménky!!!

d) $2p\cdot(x - y) -3q\cdot(y - x) =$

V některých případech můžeme provést postupné vytýkání. Mnohočlen rozdělíme na dvě části a z každé vytkneme stejný výraz (závorku), ten pak můžeme opět vytknout.

e) $3a + 6 - ab - 2b = \boxed{3a + 6}\,\boxed{- ab - 2b} = 3\cdot(a+2) - b\cdot(a+2) = \underline{\underline{(a + 2)\cdot(3 - b)}}$

f) $3y + 2y + y + 1 = \boxed{3y + 2y}\boxed{+ y + 1} = 2y\cdot(y+1) + (y+1) = \underline{\underline{(y + 1)\cdot(2y + 1)}}$

Řešení:

a) $(x+y)(5+z)$; b) $(x-2)(1+x)$ c) $(u-v)(5u-3v)$ d) $(x-y)(2p + 3q)$